

| | | |
|-------|----------|------------|
| Nome: | Cognome: | Matricola: |
|-------|----------|------------|



Matematica Generale (CdL. EF)
Dott. Giovanni Masala – luglio 2013

Domanda 1 (punti 5).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(x^2 - 9)}{\log(x + 2)}$$

| | |
|------------------------|----------------------------|
| Dominio (punti 2) | $E = (3, +\infty)$ |
| Positività (punti 2) | $P = (\sqrt{10}, +\infty)$ |
| Intersezioni (punti 1) | $A(\sqrt{10}; 0)$ |

Domanda 2 (punti 5).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = e^{2x^3 + 4x^2 + 2x}$

| | |
|--------------------------|---|
| Derivata prima (punti 2) | $f' = 2e^{2x^3 + 4x^2 + 2x} \cdot (3x^2 + 4x + 1) \quad E = \mathbb{R}$ |
| Estremi (punti 3) | $M(-1; 1); \quad m(-1/3; e^{-8/27}) \quad \text{decresce in } (-1, -1/3)$ |

Domanda 3 (punti 5).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \frac{x}{3 + x^2}$

| | |
|---|--|
| Derivata prima (punti 1) | $f' = \frac{3 - x^2}{(3 + x^2)^2} \quad E = \mathbb{R}$ |
| Derivata seconda (punti 1) | $f'' = \frac{2x \cdot (x^2 - 9)}{(3 + x^2)^3}$ |
| Insieme di convessità (punti 2) Flessi (punti 1) | convessa in $(-3, 0) \cup (3, +\infty)$ $F_1(-3; -1/4) \quad F_2(0; 0) \quad F_3(3; 1/4)$ |

Domanda 4 (punti 5).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{3x^5 + 2x^4 + 4x^3 + 6x^2}{(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 1)}$$

| | |
|--|--|
| Dominio (punti 1) | $E = \mathbb{R} / \{-2, -1, 1, 2\}$ |
| As. verticali (punti 2) | $x = \pm 1 \quad \text{e} \quad x = \pm 2$ |
| As. obliqui oppure orizzontali (punti 2) | $y = 3x + 2$ |

Domande teoriche (punti 10)

- Il legame tra continuità e derivabilità (punti 4)*
- Caratteristiche e classificazione dei punti stazionari (punti 3)
- Il teorema di De l'Hospital con esempio (punti 3)

| | | |
|-------|----------|------------|
| Nome: | Cognome: | Matricola: |
|-------|----------|------------|



Domanda 5 (punti 6).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti):

$$\int_1^3 \frac{1+4x}{1+5x} dx \quad \text{e} \quad \int (2x \cdot e^{-3x} + \log 3x) dx$$

| | |
|--------------------------------|--|
| Integrale definito (punti 3) | primitiva: $\frac{1}{25}(\log(1+5x) + 20x + 4)$ $\frac{1}{25}(\log(8/3) + 40) \approx 1,6392$ |
| Integrale indefinito (punti 3) | $-\frac{2}{9}e^{-3x} \cdot (3x+1) - x + x \cdot \log 3x + c$ |

Domanda 6 (punti 6). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + 4y + k \cdot z = 1 \\ 2x - 3y + z = k \\ 4x - y + 2z = 2 \end{cases}$$

| | |
|-------------------------|---|
| Compatibilità (punti 2) | $k \neq 1/2$ sol. unica (altrimenti incomp.) |
| Soluzioni (punti 4) | $\left(x = \frac{k^2 + 2k - 3}{5(1-2k)}; y = \frac{2}{5}(1-k); z = \frac{12-17k}{5(1-2k)} \right)$ |

Domanda 7 (punti 8). Data la funzione $z = f(x, y) = 3x^2 + 2x \cdot y + 2y^2 - 2x - 2y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x - 2y = -3$.

| | |
|-----------------------------|---|
| Derivate parziali (punti 2) | $f_x = 6x + 2y - 2 \quad f_y = 2x + 4y - 2$ |
| Estremi liberi (punti 3) | $m(1/5; 2/5) \quad z = 2/5 \quad H = 20$ |
| Estremi vincolati (punti 3) | $m(-1/3; 4/3) \quad \lambda = -4/3 \quad z = 2 \quad H = -36$ |

Domande teoriche (punti 10).

- **Enunciato e dimostrazione del teorema di Barrow-Torricelli (punti 4)***
- **Teorema e regola di Cramer per i sistemi lineari (punti 3)**
- **Il rapporto incrementale parziale (punti 3)**